دراسة عددية لتاثير زاوية الميل على انتقال الحرارة بالحمل الحر داخل مغلف مربع مائل مع معترض مربع مركزي

كاظم عودة جحف
قسم المكائن والمعدات
معهد تكنولوجيا
الجامعة التقنية الوسطى- بغداد

الخلاصة :-

يتضمن البحث الحالي اجراء دراسة عددية ثنائية البعد للحالة اللانضغاطية لمسالة انتقال الحرارة بالحمل الحر داخل مغلف مربع بنسبة باعية تساوي (A=1) لحالتين مع وبدون معترض مربع مركزي ولزوايا متعددة حيث تم حفظ الجدار الافقي الاسفل بدرجة حرارة ثابتة تبلغ (350 كلفن) اما الجدار الافقي الاعلى فقد ترك باردا عند درجة حرارة (300 كلفن) وتم امالة التجويف لعدة زوايا مع الافق تشمل (0°,15°,30°,45°,60°,75°,90°) اما الجدران العمودية للمغلف فقد تركت معزولة. تم تحويل المعادلات الحاكمة من الصيغة التفاضلية المعقدة الى الصيغة الجبرية باستخدام طريقة الفروق المحددة كذلك تم حل المعادلات باستخدام (طريقة كرانك- نكلسون). تم اعتماد نتائج البحث الحالي بالمقارنة مع نتائج البحوث السابقة وبنسبة توافق جيدة. وايضا تم دراسة تاثير كلا من وجود مغلف مربعة في مركز المغلف وزوايا الميل مع الافق على كل من شكل الجريان وانتقال الحرارة وتم اعتبار عدد براندتل ثابت عند قيمة (pr=0.781) ورقم رالي يتراوح بين ($3.5\times10^5 \le Ra \le 10^4\times5$) بينت النتائج التي قدمت بدلالة دالة الانسياب وانحدار درجات الحرارة اللابعديين ان عدد نسلت الكلي يزداد مع زيادة كل من زاوية الميلان وعدد رالي، بينما يتم الحصول على اقصى انتقال للحرارة عندما يكون السطح الساخن عموديا عند الزاوية 90 درجة وذلك بسبب انزلاق دوامات الحمل الحر بانحدار اكبر. وتبين ان عدد نسلت يزداد بنسبة (8.2%) عند زيادة الزاوية من 0 الى 30 درجة ويزداد بنسبة (25%) عند زيادة زاوية ميل المغلف من 30 الى 90 درجة.

1- المقدمة :

الجريان داخل الفجوات المغلقة بواسطة قوى الطفو تعتبر مسألة رئيسية في علوم حركة الموائع. حيث هذا النوع من الحركة يمكن ان نجده في العديد من التطبيقات الهندسية مثلا في تقنيات تبريد الالكترونيات الحديثة, وايضا في تهوية سقوف المباني وايضا في المجمعات الشمسية ومعدات التبريد المختلفة. وتعتبر حالة اندفاع المائع بواسطة السطوح الساخنة داخل التجاويف المغلقة من اكثر الحالات شيوعا في الجانب العملي والتطبيقي لانتقال الحرارة. من جانب اخر فان الالواح الالكترونية المستخدمة بشكل واسع في الاجهزة الالكترونية الحديثة ذات توليد حراري كثيف حيث توضع بشكل عمودي داخل صندوق الجهاز ولذالك تم الاعتماد على التبريد بواسطة الحمل الحر وعدم الاعتماد على مصادر اخرى مستهلكة للطاقة مثل المراوح وسوائل التبريد المكلفة. من ذلك جاءت اهمية البحث الحالي واهتمام الباحثين بهذا المجال بواسطة البحوث العملية والنظرية .[7] ان ظاهرة انتقال الحرارة والجريان الناتج من الطفو وقوى القص داخل المغلفات والفجوات بانواعها واشكالها المختلفة تم دراستها بشكل وافي من خلال عدة باحثين خلال السنوات الاخيرة, حيث ان فهم ميكانيكية هذه القوى له اهمية كبيرة في الدراسات النظرية والعملية القديمة والحديثة منها [7],[4],[16],[6], [14] من الدراسات النظرية التي تناولت الموضوع الحالي ما قام به الباحثان [8] حيث قاما بدراسة عددية لنظام ثنائي البعد لمائع لاانضغاطي لدراسة مسالة

جريان المائع لحالة انتقال الحرارة بالحمل الحر داخل مغلف مربعة مع استخدام شرط التوصيل الحراري الامثل عبر الجدار الاعلى والاسفل وباستعمال طريقة بولتزمان-لاتكس اللابعدية مع استخدام تحليل شبكي منتظم وتم تغيير زاوية الميل من 20 الى 80 درجة واظهرت نتائجهما المعطاة بشكل رسوم لدرجات الحرارة ودالة الانسياب. ان هيكل الجريان يعتمد اعتمادا كاملا على زاوية الميل حيث ان هناك دراسة قدمت من قبل [11] لتقييم انتقال الحرارة بالحمل الحر الطباقي داخل مغلف مربع. ويضم مصدر حراري مستمر وضع في مركز احد الجدران العمودية ومزود بدائرة كهربائية متكاملة مستمرة وباستحدام طريقة .(Marker and Cell MAC) تم حل الموديل ثنائي البعد للمعادلات الحاكمة التي تضم المتغيرات العامة من الضغط والسرعة ودرجات الحرارة. والحسابات اخذت لرقم برانتل يساوي (0.72) , ولنسبة باعية (A=1) ولقيم رالي تساوي Ra ($0 \leq \leq 10^6$), ولنسبة E المتمثلة بمصدر الحرارة بالنسبة الى الارتفاع الكلي0.25 ($\leq E \leq 1.0$) واظهرت النتائج ان العلاقة بين Nu و Ra تعتمد على تاثير التغير في الانتقالية الحرارية. اما الباحثان [2] قدما دراسة عددية ثنائية البعد لجريان المائع الحراري المحتث بواسطة قوى الطفو داخل خزان عندما يكون جانباه بدرجات حرارة مختلفة عند الزوايا 40 الى 60 درجة وبرقم رالي من 10^6 الى 10^3 ورقم برانتل من 0.02 الى 4000 واوضحت نتائجهما ان معدل انتقال الحرارة عند السطح الحار يعتمد كليا على زاوية الميل. ويصل هذا الاعتماد الى اشده عند الزاويه 90 درجة. وايضا فان الباحث] قد قام بدراسة نظرية وعملية للحمل الحر داخل خزان مستطيل مع نسب باعية صغيرة واستقصاء استقرارية الجريان بداخله. اما الباحث [18] توصل الى تحليل عددي باستخدام طريقة الفروق المحددة لانتقال الحرارة بالحمل الحر لاربعة انواع من المغلفات المستطيلة للزوايا من 0 الى 180 درجة.

ان تاثيرات وتداخلات الحمل الحر بدون تاثير الاشعاع درست من قبل الباحث[1] والذي استعمل سائل النتروجين بدرجة حرارة 77 كلفن في تجاربه التي ادت الى حساب انتقال الحرارة بالحمل الحر حول اسطونة برونزية داخل خزان وايضا ما قام به الباحث [13] من دراسة الحمل الحر داخل خزان مستطيل ($150 \times 50 \times 60$) ملم مع جداران منتظمان الحرارة وبدرجات حرارة مختلفة والاسطح الاعلى والاسفل بقيا معزولان تماما اما السطوح العمودي فتسمح بالرؤيا من خلالهما وكان اختلاف درجات الحرارة بين السطحين ما يقاريب درجة مئوية $T_{max} - T_{min} = 60$ مع درجة حرارة المحيط. وايضا فان هناك العديد من الدراسات التي تخص موضوع الحمل الحر للقنوات والمغلفات من مثل دراسة ل [15] الذي قام بدراسة عددية لمغلف مربع ثنائي الابعاد مع جدران منتظمة الحرارة واستخدمت نتائجه كمصدر اساس لاعطاء الموثوقية للبحوث المحاكاتية الجديدة.

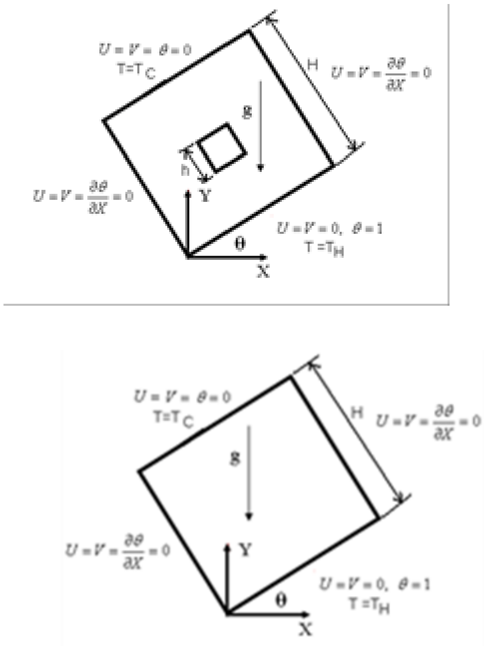
ومثال اخر [3] الذي قام بدراسة عددية لمغلف مربع ثنائي الابعاد ايضا ولكن مع استخدام مصدر حراري منتظم على الجدار العمودي ودرجة حرارة منتظمة على الجدار الاخر للخزان اما الجدارن الافقيان فقد تم حفظهما معزولين اديباتيا حيث كان المغلف بدخله هواء مع رقم برانتل pr=0.7 وقد اخذ نسبة باعية للعمق تساوي من 1 الى 20 وبمدى رقم رالي من 10^6 الى 10^3. اما الدراسات التي غطت تاثير تغيير الزاوايا على شكل الحمل الحر داخل المغلفات فمنها ما قدمه [12] من دراسة عددية للحمل الطباقي الحر داخل مربع مغلف ومائل بزوايا مختلفة تمتد من 0 الى 180 درجة وقد بينت نتائجه ان اشكالا معقدة لجريان المائع وانتقال الحرارة بواسطة Nu للجدار منتظم الحرارة وكان الميل الاكبر 90 درجة يؤثر بصورة واضحة على شكل الجريان وكلما اقترب الميل من الزاوية 180 درجة والميل الاقل من 20 درجة بحدود 17 درجة تقريبا واقل يظهر بعض التناقض لنموذج الجريان. وهناك دراسة كمية واتجاهية للباحثين [5] تضمنت استقصاء الحمل الحر الطباقي داخل خزان ثنائي البعد باشكال هندسية متغيرة وزوايا مختلفة ضمن المدى من 0 الى 180 درجة. وكانت نتائجهما تبين ان زاوية الدوران اقل من 20 درجة تعطي نتائج غير مستقرة اما شكل الجريان بين 20 الى 180 درجة كان تقريبا مستقرا وواضحا بانه بزيادة زاوية الدوران تزداد ميكانيكية انتشار المائع داخل الخزان. وبالوصول الى الزاوية 180 درجة حيث يكون انتشار كامل للمائع وتكون اقوى حالة شدة انتقال حراري للمائع عند الزاوية 70 الى 80 درجة. وايضا لوحظ ان زيادة رقم رالي تؤدي الى زيادة رقم نسلت ويكون اعلى قيمة لنسلت عند اعلى الجدار اعتمادا على زاوية الدوران. وقد قام الباحثون [17] باستخدام نظام centered finite-differences لاجراء دراسة عددية للحمل الحر المستقر داخل خزان مربع مائل للزوايا

30 و 60 درجة وكان الخزان مسخن من جهة ومبرد من جهة اخرى واكدت نتائجهم ان زاوية الميل تؤثر على شكل الجريان في الحالة الشبه مستقرة خلال الزمن المحدد للحسابات. اما الدراسات التي تناولت الحمل الحر داخل خزان بوجود جسم اما كمصدر للحرارة او غير مصدر للحرارة فمنها ماقام به الباحث [12] حيث قدم بحثا في تاثير النسبة الباعية على انتقال الحرارة بالحمل الحر المتولد من صفيحة مسخنة عمودية في خزان مستطيل بدرجة حرارة اوطئ من الصفيحة وذو جدران معزول تماما. وقد حل المعادلات الحاكمة بواسطة طريقة الفروق المحددة وقد اظهرت نتائجه ان معدل انتقال الحرارة يزداد مع زيادة نسبة الشكل .

من خلال استعراض البحوث السابقة يمكن ان نلاحظ ان البحوث في هذا المجال يمكن ان تصنف الى ثلاثة اقسام منها ما يشمل دراسة الحمل الحر داخل المغلفات الفارغة وبشروط حدية مختلفة ولكن بدون تغيير الميلان ومنها ما يدرس تاثير الميلان عليها ومنها ما يقوم بتغيير نسبة الشكل اما النوع الاخر من هذه المسالة فهو ما يقوم بدراسة وجود اجسام مثلا الصفائح باشكال مختلفة داخل المغلفات وبزوايا مختلفة ايضا ولكن لم نلاحظ خلال مراجعتنا للبحوث ان هناك بحثا يتناول مسالة وجود شكل معترض مربع مثلاً داخل المغلف ودراسة تاثير تغيير زويا الميلان على الحمل الحر بداخله. لذلك فأن الهدف الاساسي من البحث الحالي هو دراسة انتقال كل من الطاقة والزخم في مغلف بجدارعمودي بارد واخر مسخن. تم تمثيل النتائج بخطوط تساوي دالة الانسياب ودرجة الحرارة وبالاعتماد على متغيرات لابعدية ذات صلة بالموضوع وهي عدد نسلت ورالي واخيرا تم الحصول على التدفق الحراري الموضعي وعدد نسلت الكلي.

2- التحليل الرياضي والحل العددي (Theoretical Analysis and Numerical Solution)

الشكل (1) يبين النظام الفيزيائي المستخدم في البحث الحالي والذي يصف مغلف مربعة ثنائية البعد ذات جدار جانبي بارتفاع قيمته (H).



الشكل (1) مخطط توضيحي للمغلفة المربعة مع الشروط الحدية للمسألة قيد الدراسة مع وبدون معترض مربع مركزي.

الجدران العمودية تم فرضها غير نافذة للحرارة بينما الجدران الافقية تكون عند درجات حرارة ثابتة لكن مختلفة بحيث ان درجة حرارة الجدار الاسفل هي (T_h) ودرجة حرارة جدار العلوي(T_c) في كل الاحوال فان ($T_h > T_c$) تم تعريف التحليل ثنائي البعد للمغلف المربع مع جسم اديباتي مربع في مركزها. وتم قياس زاوية الميل من السطح الافقي مع الجدار الحار للمغلف. ارتفاع المغلف H وارتفاع المعترض المركزي h عندما يكون $y=0$ يكون الجدار ساخن وبدرجة حرارة منتظمة T_h اما عندما يكون $y = H$ تكون درجة الحرارة T_c واختلاف درجات الحرارة هي ($\Delta T = T_h - T_c$) وبقية الحدود للمغلف تكون معزولة $x=0$, $x=H$ وتم تعريف نسبة الارتفاع الى العرض بالنسبة الباعية التي تكون $A = 1$ لان المغلف مربع. وايضا فرض رقم برانتل يساوي 0.781 (المغلف مملؤ بالهواء) واعتبر الجريان طباقي واما بقية الخواص الفيزيائية للمائع فرضت ثابتة مثل اللزوجة الديناميكية , الموصلية الحرارية, الحرارة النوعية للهواء عند الضغط

الثابت ودرجة الحرارة المتوسطة .T_o جميع درجات الحرارة قليلة الشدة ولذلك يمكن اهمال الاشعاع الحراري وبوجود فرق درجات حرارة واطئة يمكن استخدام تقريب المائع تم فرضه خاضع لقانون نيوتن للزوجة وغير انضغاطي وبجريان طباقي في منطقة الحمل الحر. خواص المائع ثابتة ما عدا تغير الكثافة والذي عُومِل بالاعتماد على تقريب بوسينسيك، بينما تاثير الخسائر الناتجة من اللزوجة مهملة. الجريان اللزج الغير انضغاطي وتوزيع درجة الحرارة داخل المغلف يوصف بمعادلات نافير-ستوك ومعادلة الطاقة للحالة المستقرة على التوالي [13]. ولكن لجزء المعادلة الخاص بالطفو يمكن ان يكون تغيرا خطيا بالعلاقة التالية

$$\rho(T) = \rho(T_o) - \beta\rho(T_o)(T - T_o)$$

حيث ان (β) معامل التمدد الحجمي لدرجة الحرارة . T_o

يمكن وصف النموذج الفيزيائي على اساس النموذج الرياضي بعبارة اخرى المعادلات التفاضلية التي تصف الظاهرة قيد الدراسة بواسطة المعادلات التالية:

معادلة الاستمرارية

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (1)$$

اما الاستقصاء العددي للحمل الحر الطباقي في مغلف مربع مائل يمكن اعطاءه بالمعادلة الحاكمة للحالة المستقرة كالتالي: [12]

معادلة الزخم بأتجاه x

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + v\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) - \beta g_x (T - To)\cos\theta \qquad (2)$$

معادلة الزخم بأتجاه y

$$u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} + v\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) - \beta g_y (T - To)\sin\theta \qquad (3)$$

معادلة الطاقة

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad (4)$$

اعلاه المعادلات 1-4 تعتبر منظومة معادلات تفاضلية تمثل الحمل الحر الثنائي البعد للكتلة والزخم والطاقة .من الجدير بالذكر بأن المعادلات الحاكمة اعلاه مكونه من خليط من معادلات قطع ناقص ومكافئ (Elliptic & Parabolic) والتي يتم حلها آنيا بالاعتماد على طريقة المتغيرات الاساسية (PrimitiveVariables). وان تعريف المسألة الحالية يتم من خلال تطبيق الشروط الحدية والتي يمكن تلخيصها بالمعادلات التالية:

$$\begin{array}{llll}
U = V = 0, & \phi = 1 & \text{at} & Y = 0, \quad 0 < X < 1 \\
U = V = 0, & \phi = 0 & \text{at} & Y = 1, \quad 0 < X < 1 \\
U = V = 0, & \dfrac{\partial \phi}{\partial X} = 0 & \text{at} & X = 0, \quad 0 \le Y \le 1 \\
U = V = 0, & \dfrac{\partial \phi}{\partial X} = 0 & \text{at} & X = 1, \quad 0 \le Y \le 1
\end{array}$$

يمكن حذف جزء المعادلة الخاص بالضغط P بواسطة طرح المعادلتين الخاصة بالزخم (2 و3) والحصول على المعادلة التالية بعد التبسيط [20] :

$$u\frac{\partial \omega}{\partial x} + v\frac{\partial \omega}{\partial y} = v\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right) - \beta g\frac{\partial T}{\partial y} \quad (5)$$

حيث يمكن تعريف ω كما يلي:

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (6)$$

ومن اجل ادخال دالة الانساب الى المعادلات الحاكمة من اجل امكانية الحل الرياضي نطبق المعادلات التالية:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

وبذلك يمكن كتابة معادلة الاستمرارية (1) بدلالة دالة الانسياب بالشكل التالي:

$$\omega = -\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}\right) \quad (7)$$

وباستخدام المعادلات الحاكمة تم تحويلها الى شكلها اللابعدي بالاعتماد على المتغيرات اللابعدية التالية:

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{uH}{u}, V = \frac{vH}{v}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, P = PL^2 / \rho v^2 \qquad (8)$$

حيث ان X,Y يمثلان الاحداثيات في النظام التحويلي اللابعدي, اما بقية المتغيرات اللابعدية من $(\varnothing\ ,\psi,\ \Omega)$ تقدم كما يلي:

فمثلا للمتغير $\varnothing$ نستخدم المعادلة التالية:

$$(X')^2\frac{\partial^2\phi}{\partial X^2}+(Y')^2\frac{\partial^2\phi}{\partial Y^2}+(X'')-\Pr X'U\frac{\partial\phi}{\partial X^2}+(Y'-\Pr Y'V)\frac{\partial\phi}{\partial Y}=0 \quad (9)$$

وللمتغير Ω نستخدم المعادلة التالية:

$$Gr_L Y'\frac{\partial\phi}{\partial Y}=(X')^2\frac{\partial^2\Omega}{\partial X^2}+(Y')^2\frac{\partial^2\Omega}{\partial Y^2}+(X'-X'U)\frac{\partial\Omega}{\partial X}+(Y''-Y'V)\frac{\partial\Omega}{\partial Y} \quad (10)$$

اما المتغير Ψ نستخدم المعادلة التالية:

$$(X')^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial X^2}+(Y')^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2}+X''\frac{\partial\Psi}{\partial X}+Y''\frac{\partial\Psi}{\partial Y}=-\Omega \quad (11)$$

حيث ان:

$$X''=\frac{d^2X}{d(x'/L)^2},\ X'=\frac{dX}{d(x/L)}$$

$$Y''=\frac{d^2Y}{d(y'/H)^2},\ Y'=\frac{dY}{d(y/H)}$$

يمكن ان نلاحظ ان المعادلات (9 الى 11) مناسبة لان تحل بواسطة طريقة الفروق المحددة. وباستخدام المعادلة 11 , المعادلة 13 يمكن كتابتها

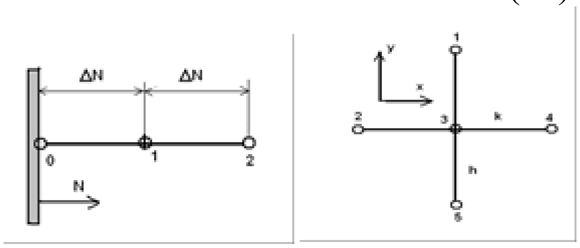
$$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial M}\right|_O=\left.\frac{\partial\Psi}{\partial N}\right|_O=0$$

باستخدام طريقة الفروق المحددة وباستعمال محدد كرانك-نكلسون يمكن حل المعادلات (9 , 10 , 11) بواسطة استخدام الفروق المركزية والمتقدمة ويمكن كتابة المعادلات هذه بالصورة العامة التالية [20]:

$$l\frac{\partial^2 f}{\partial X^2}+q\frac{\partial^2 f}{\partial Y^2}+r\frac{\partial f}{\partial X}+s\frac{\partial f}{\partial Y}=0 \quad (12)$$

بحيث تمثل f كلا من (Ω او θ او Ψ) اعتمادا على المعادلة المستخدمة اما $l,\ q\ ,\ r,\ s$ تمثل معاملات معتمدة ويمكن اعطاء نموذج حسابي لمعادلة الفروق المحددة لمعادلات الزخم (9 و 10) للنقاط الداخلية للمغلف المربع كما مبين في الشكل (2):

$$\frac{1}{2}\left[\frac{l_3}{h^2}(f_1-2f_3+f_5)-\frac{q_3}{k^2}(f_1-2f_3+f_5)+\frac{r_2}{2k}(f_1-f_5)+\frac{s_3}{2k}(f_4-f_2)\right]=0 \quad (13)$$



شكل (2) يوضح العقد الداخلية والعقد المجاورة للجدار

اما تمثيل معادلة الطاقة (11) بصيغة الفروق المحددة فهي كالتالي:

$$\left[\frac{l_5}{h^2}(\Psi_1-2\Psi_3+\Psi_5)-\frac{q_8}{k^2}(\Psi_1-2\Psi_3+\Psi_5)+\frac{r_8}{2h}(\Psi_1-\Psi_5)+\frac{s_8}{2k}(\Psi_4-\Psi_2)\right]=0 \quad (14)$$

بواسطة التحليل والتمثيل الرياضي للمعادلات السابقة يمكن تمثيل رقم نسلت بالشكل التالي:

$$Nu_L=\frac{L}{(T_H-T_C)}\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}=-Y'\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_o \quad (15)$$

ولاجل اكمال احتساب رقم نسلت نحتاج لدرجات حرارة ثابتة للجدار للحالة المستقرة:

$$\left.\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\right|_{Y=0}=\left.\frac{\partial\phi}{\partial y}\right|_{Y=0}=V_O\frac{\partial\phi}{\partial\tau}=0$$

واخيرا فان الاشتقاق يؤدي الى الحصول على القيمة المتوسطة لرقم نسلت باستخدام قاعدة سمبسون للتعوض في المعادلة (15)

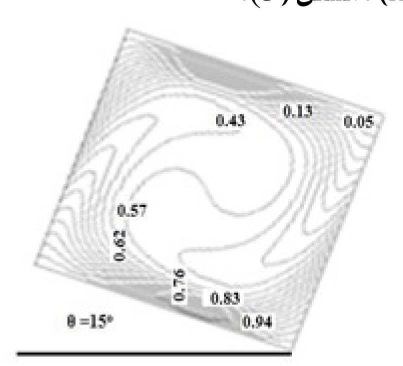
$$\left.\frac{\partial\phi}{\partial X}\right|_0=\frac{-1\phi_0+8\phi_1-\phi_2}{6}$$

يتضمن الحل العددي في البحث الحالي معتمدا على طريقة كلارك –نكلسون باستخدام طريقة الفروق المحددة وفي هذه الطريقة يكون تقسيم المجال الفيزيائي المتمثل بالحالتين للمغلف مع او بدون المربع المركزي الى شبكة من النقاط المحددة ومن ثم يتم تحويل المعادلات

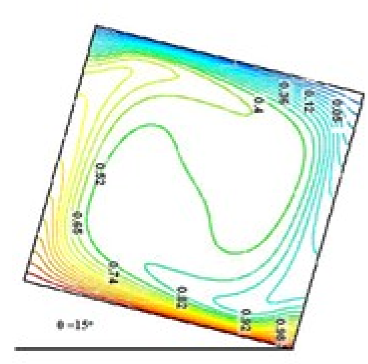
التفاضلية للحفظ الكتلة والزخم والطاقة تحول الى نظام من المعادلات الجبرية القابلة للحل العددي . بعد ذلك تم حل المعادلات (2 الى 5) والتي تعتبر معادلة قطع ناقص (Elliptic equation) وتسمى معادلة بوسين (Poisson equation) باستخدام طريقة الارخاء (Relaxation Scheme) حيث كانت قيمة معامل الارخاء تساوي واحد. وباستخدام الظروف الحدية المبينة في المعادلات اعلاه يتم تحويل المعادلات اللاخطية الى معادلات خطية باستخدام شبكات متعددة في المجال (multi-mesh) وعدد العقد nodes كان في حدود 25250 عقدة لحالة المغلف بدون مربع مركزي واستخدام عدد عقد بحدود 21350 عقدة بالنسبة للمغلف مع المربع المكزي باستخدام برنامج الفورتران يستمر تكرار عملية الانتقال بين قيم درجات الحرارة خطوة بخطوة حسب قيمة عامل الارتحال (Marching factor) حتى يتم الحصول على شرط التقارب (Convergence) لهذا التكرار وذلك عندما يصبح الفرق بين القيمتين مقداراً صغيراً تم تحديده في البرنامج بقيمة (6-10). وعرض النتائج كان باستخدام برنامج (Tecplot 360).

3- النتائج والمناقشة (Results and Discussion)

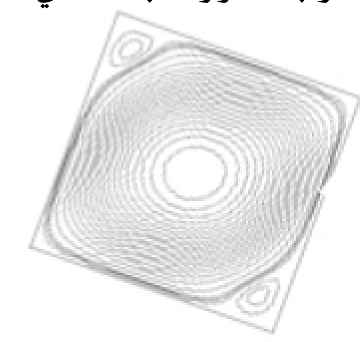
شكل الجريان ومجال درجة الحرارة داخل مغلف ذو سطح سفلي ساخن بدرجة حرارة (350 كلفن) وسطح علوي بارد بدرجة حرارة (300 كلفن) مع وبدون معترض مربع مركزي مع شروط حدية اديباتية تم دراستها من خلال ايجاد تاثير كل من عدد رالي (Ra)، زاوية ميل المغلف (θ)، وتاثير وجود المعترض المربع. حيث تم دراسة تاثير هذه المتغيرات للحالة المستقرة على توزيع دالة الانسياب ودرجة الحرارة بالاضافة الى عدد نسلت الكلي. في الدراسة العددية الحالية تم استخدام المديات التالية للمتغيرات التي تم توضيحها في اعلاه بينما في هذه الدراسة فان عدد براندتل اعتبر ثابت عند($Pr = 0.781$) ورقم رالي يتراوح بين ($5\times10^4 \le Ra \le 3.5\times10^5$) حيث استخدمت طريقة الفروق المحددة (Finite differences) المعتمدة على متسلسلة تايلر (Taylor series) في تحويل المعادلات من صيغتها التفاضلية المعقدة إلى معادلات خطية بسيطة. بعد ذلك تم حل معادلات الزخم (3 الى 4) والتي تعتبر معادلة قطع ناقص (Elliptic equation) وتسمى معادلة بوسين (Poisson equation) باستخدام طريقة الارخاء (Relaxation Scheme) حيث كانت قيمة معامل الارخاء تساوي واحد. أما بالنسبة لحل معادلة الطاقة (معادلة (5)) بصيغتها الغير مستقرة يضاف حد الزمن(Time Term) والذي يمثل معياراً للاستقرار. إذ يجري التعامل مع معادلة الطاقة بصيغتها غير المستقرة على انها معادلة قطع مكافىء (Parabolic Equation) وهذا مما يجعل امكانية استخدام الطريقة الواضحة أو الصريحة (Explicit scheme) سهلاً للغاية. حيث يتم حساب قيمة درجة الحرارة اللابعدية لأي عقدة عند الزمن اعتماداً على قيمة درجة الحرارة اللابعدية للعقدة ذاتها والعقد المجاورة عند الزمن. إذ يدخل الزمن عاملاً مؤثراً ويعتبر بعداً ثالثاً ويتم الانتقال بين الخطوتين اللاحقتين وفقاً لتغير قيمته. باستخدام برنامج الفورتران يستمر تكرار عملية الانتقال بين قيم درجات الحرارة حتى يتم الحصول على شرط التقارب (Convergence) . حيث تم التاكد من نتائج البحث الحالي من خلال مقارنة نتائج الحل العددي مع نتائج البحث الحالي عند الزاوية 15 درجة والبحث السابق [6] عند الزاوية 20 لحالة تغير انحدار درجات الحرارة اللابعدية عدد نسلت مع الاحداثي الافقي (x) ، الشكل (3)،



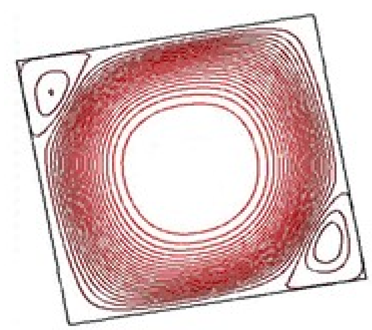
درجات الحرار ة المصدر [8]



درجات الحرار ة البحث الحالي



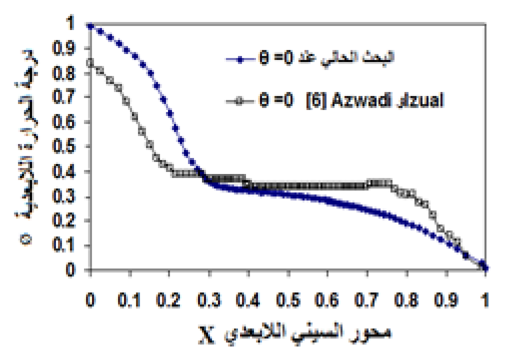
دالة الانسياب المصدر [3]



دالـــــــة الانســـــــياب البحـــــــث الحـــــــالي

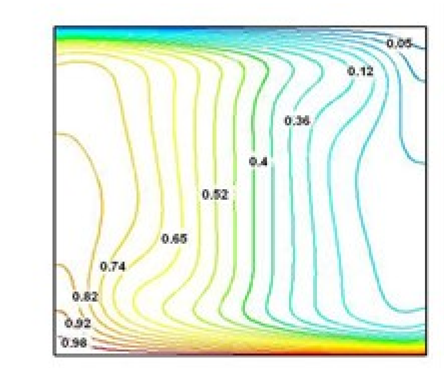
الشكل(3) مقارنة الخطوط الكنتورية لدالة الانسياب ودرجة الحرارة لنتائج البحث.

اما الشكل (4) فيبين نتائج المقارنة لتوزيع دالة الانسياب ودرجة الحرارة حيث يمكن ملاحظة التقارب الجيد بين النتائج مما يؤكد صحة الحل العددي المستخدم في البحث الحالي.

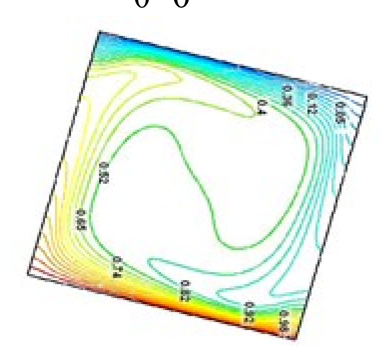


الشكل (4) مقارنة نتائج البحث الحالي للحالة بدون وجود معترض مع المصدر[3].

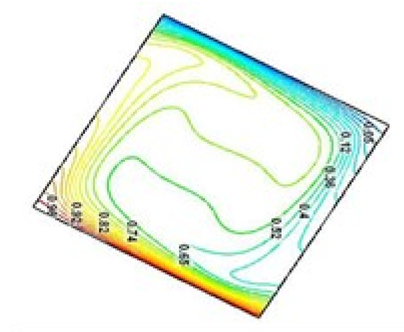
الشكل (5) يوضح تأثير زيادة زاوية الميلان θ من (0^o الى 90^o) على درجة الحرارة اللابعدية لمغلف مربع بدون معترض مركزي مربع عند ($Gr= 3 \times 10^5$, $Pr=0.748$) حيث نلاحظ زيادة تشكل دوامات الحمل الحر مع زيادة زاوية الميلان وتكون في اقصاها عند الزاوية 60 درجة.



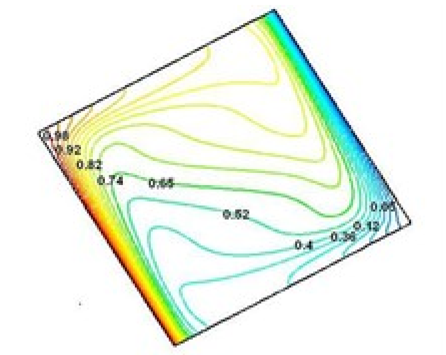
$\theta=0^o$



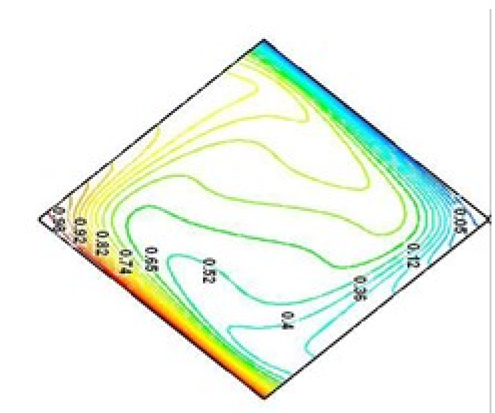
$\theta=15^o$



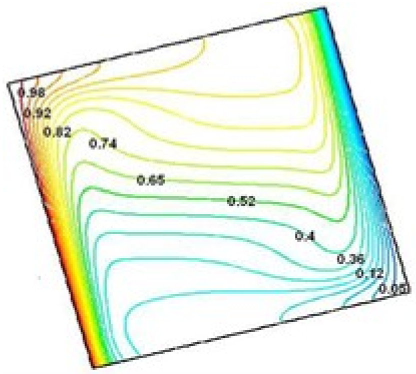
θ=30°



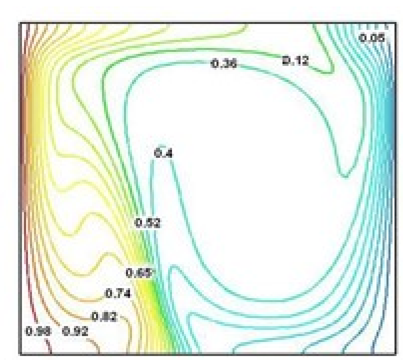
θ=45°



θ=60°



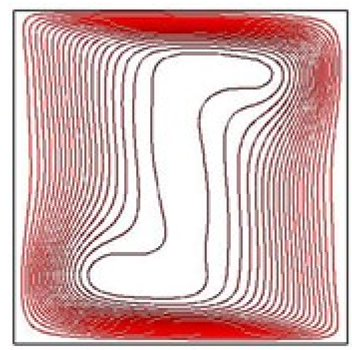
θ=75°

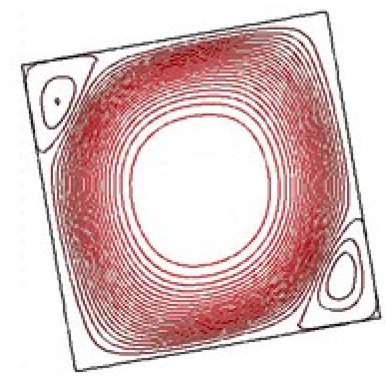


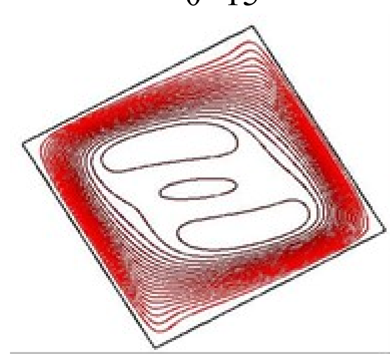
θ=90°

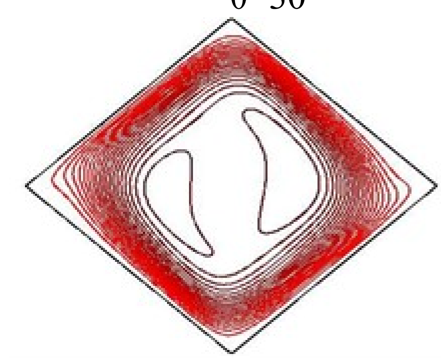
الشكل (5) تأثير زيادة زاوية الميلان θ من (0^o الى 90^o) على درجة الحرارة اللابعدية لمغلف مربع بدون معترض مركزي مربع عند. ($Gr=.3.\times.10^5$,) pr=0.748

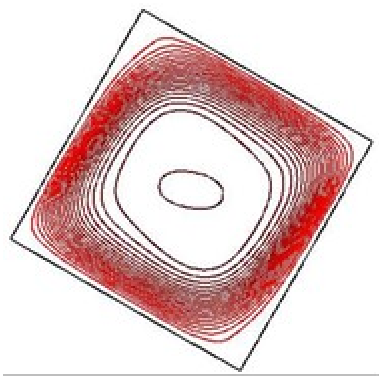
الشكل (6) يعطي تأثير زيادة زاوية الميلان θ من (0^o الى 90^o) على دالة الانسياب اللابعدية لمغلف مربع بدون معترض مركزي مربع عند ,$Gr= 3 \times 10^5$ $Pr=0.748$ حيث نلاحظ ان دالة الانسياب تبدا بتشكيل دوامات صغيرة عند زوايا المغلف المربع عند زيادة زاوية الميلان. اما بالنسبة لتأثير زاوية الميلان على فروقات درجات الحرارة فتم دراستها لكل حيز المغلف في الشكل (4) للزوايا (0^o الى 90^o) في الزواية (0^o) وتكون طبقات من المائع بدرجات حرارة مختلفة من السطح الاسفل وصعودا الى السطح العلوي.

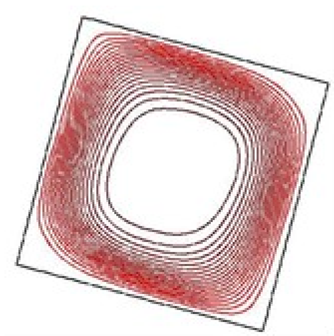

$\theta=0^o$

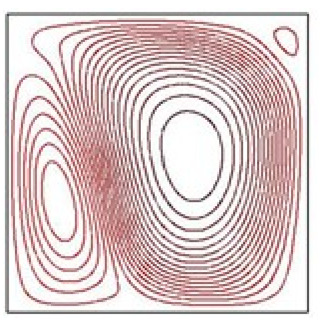

$\theta=15^o$


$\theta=30^o$


$\theta=45^o$


$\theta=60^o$


$\theta=75^o$


$\theta=90^o$

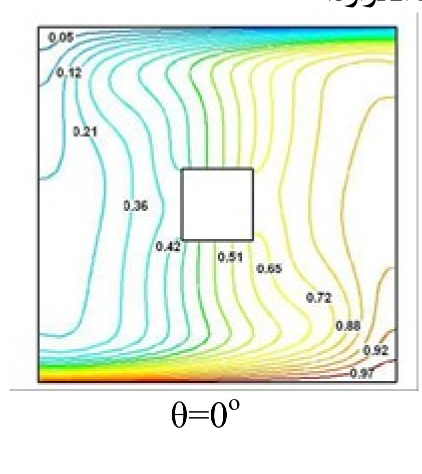
الشكل (6) تأثير زيادة زاوية الميلان θ من (0^o الى 90^o) على خطوط دالة الانسياب اللابعدية لمغلف مربع بدون معترض مركزي مربع عند .($Pr=0.781$, $Gr= 3 \times 10^5$)

وهناك انخفاض في معدلات انتقال الحرارة نتيجة لانخفاض تاثير الحركة الميكانيكية في هذه الزوايا. عند زيادة زاوية الميل تبدا حركة المائع الحار بالانزلاق الى الاسفل على طول السطح الاسفل نتيجة الى زيادة تاثير قوى الطفوعلى الحركة داخل المغلف حيث تصبح اقوى بزيادة الزاوية وايضا نتيجة لوجود المعترض المربع داخل المغلف تزداد عملية تحريك المائع داخل المغلف

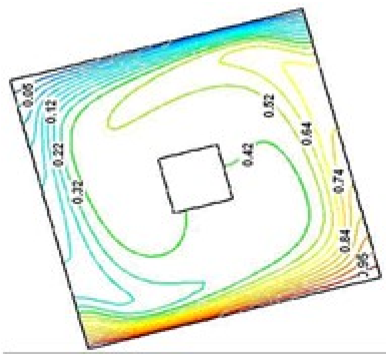
وزيــادة الانتشــارية الحــراري وبــذلك تــزداد الفروقــات بــدرجات الحــرارة حيــث يــتم نقــل الطاقــة بعيــداً عــن السطح السفلي الحار الى مناطق اخرى داخل المغلف.

ففــي زوايــة الميــل مــن (0 الى 15 درجــة) كانــت تعطــي نتائج غير مستقرة اما الزوايا مـن (15 الى 90 درجـة) تكون نوعا ما ذات نتـائج مسـتقرة تقريبـا وتكـون اكثـر معـدل انتقـال للحـرارة . فـنلاحظ ان للزوايـا الاكـبر مـن (60 درجــة) ان الطبقــات المتاخمــة الحراريــة للســطح الحــار والبــارد والمــائع المجــاور للســطح الحــار يســخن ويتصاعد بسـبب قـوة الطفـو قبـل ان يصـل الى الزاويـة القائمة للمغلـف ويبـدا بالانتشـار بجـوار السـطح الاعلـى. وبعد ذلك يبرد بواسطة السطح البارد ويصبح اثقل مما كان عليه ويبدا بلانحـدار الى الاسـفل ومـن ثمـة الصـعود لاكمال دورة كاملة لانحدار درجات الحـرارة يبـدا ضـعيفا ومستقرا.

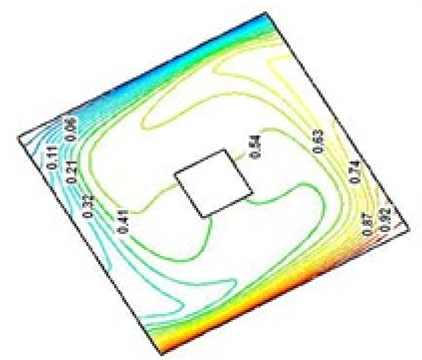
تم دراسة تأثير زاوية ميل المغلف عن الافق على درجات الحرارة اللابعدية لمغلف مربع مع معترض مركزي مربع في الشكل (7) توزيع درجات الحرارة اللابعدية مع المحور X اللابعــدي للتجويــف لزاويــة الميــلان θ مــن (0 ,90, 60, 30 درجة) عنـد $Gr= 3 \times 10^5$, $Pr=0.781$ حيث نلاحظ ان انحدار درجات الحـرارة يكـون اعلـى مـا يمكـن عنـد السـطح السـاخن X=0 ثـم يبـدا بالتنـازل وصولا الى قرب السطح البـارد X=1 وايضا يتـبين مـن الشكل انه كلما ازدادت زاوية الميل عن الافق ازداد انحدار درجات الحرارة.



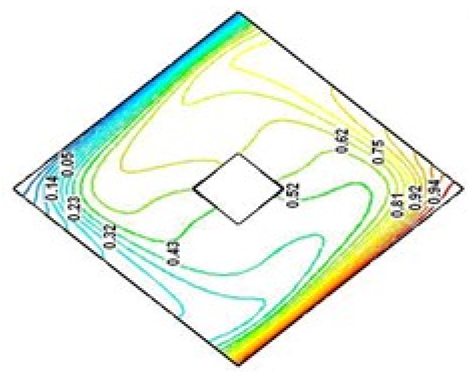
$\theta=0^o$



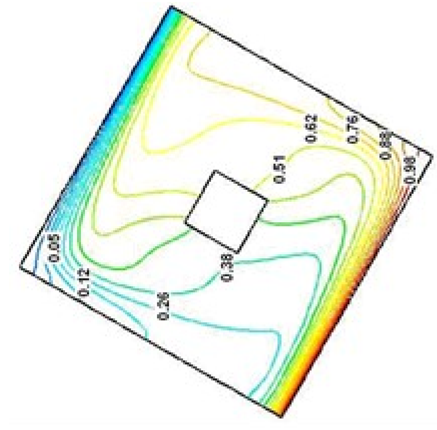
$\theta=15^o$



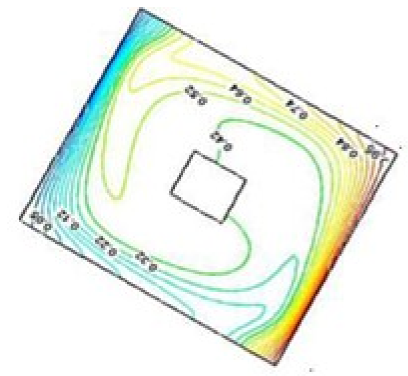
$\theta=30^o$



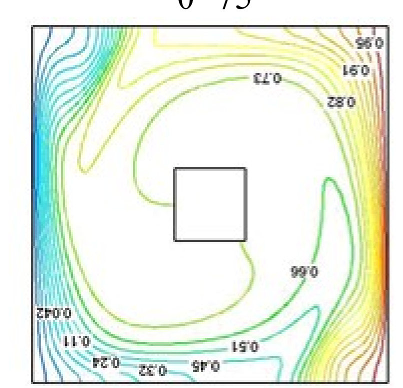
$\theta=45^o$



$\theta=60^{o}$



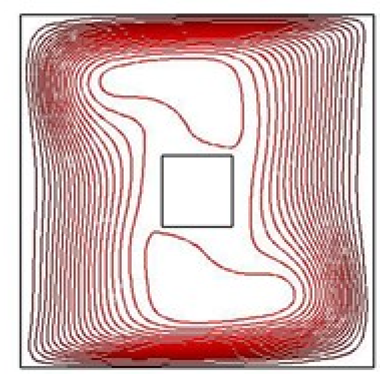
$\theta=75^{o}$



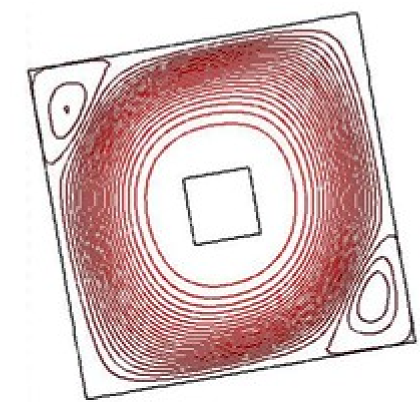
$\theta=90^{o}$

الشكل (7) تأثير زيادة زاوية الميلان θ من (0^{o} الى 90^{o}) على درجة الحرارة اللابعدية لمغلف مربعة مع معترض مركزي مربع عند $Gr= 3 \times 10^{5}$, $Pr=0.781$

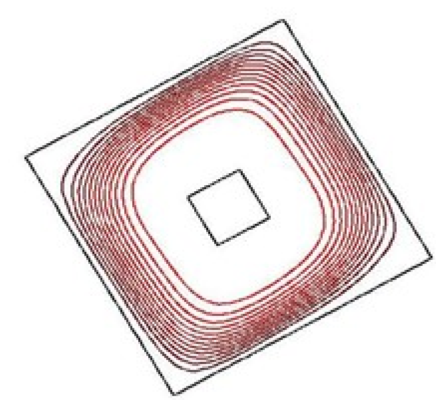
ولدراسة حركة المائع وتاثير زاوية الميل على دالة الانسياب يمكن مراجعة الاشكال الخاصة بالخطوط الكنتورية لدالة الانسياب الشكل (8) نلاحظ تأثير زيادة زاوية الميلان θ من 0 الى 90 درجة على دالة الانسياب اللابعدية لمغلف مربع مع معترض مركزي مربع عند $Gr= 3 \times 10^{5}$, $Pr=0.748$ الذي يمثل حركة المائع داخل المغلف. فنلاحظ ان الشكل العام لدالة الانسياب ودرجة الحرارة تشابه الحالة التقليدية للفجوات ذات الاسطح المختلفة درجات الحرارة والتي تتميز بدوامة اولية كبيرة ففي الزاوية 0 عندما يكون التسخين من اسفل المغلف تتجزأ هذه الدوامة الكبيرة الى جزئين سفلي وعلوي من المعترض المركزي بفعل هذا المعترض مما يزيد من الانتشارية الحرارية حوله. اما عندما نقوم بزيادة الزاوية الى 15 درجة فنلاحظ انها تميل باتجاه الزوايا المتقابلة للمغلف بسبب صعود المائع الحار الى الاعلى وانزلاق المائع البارد الى الاسفل وتبدا هاتين الدوامتين اللتان كانتا تحيطان بالمعترض المركزي بالانفصال والتلاشي لتكون دوامة واحدة مركزية في كل الحيز الداخلي للمغلف عند الزاويا 30, 45 , 60 درجة. بالاضافة الى ذلك فان الدوامات الاصغر سوف تتشكل عند الزوايا 75 و90 درجة للمغلف عند زيادة عدد الخطوط الكنتورية اي عندما يقترب المغلف من الوضع العمودي للجدار الساخن. بينما تتشكل طبقة متاخمة اقل سمكا بالقرب من السطح الساخن العمودي وهذا يعزى الى زيادة الاسهام الذي تقدمه ميكانيكية الحرارة المنتقلة بالحمل الحر والمسببة الى توليد انحدار شديد في درجة الحرارة بالقرب من الجدار العمودي.



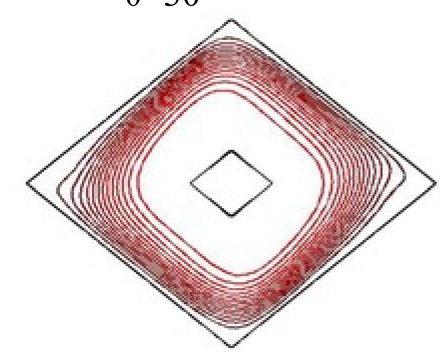
$\theta=0^{o}$



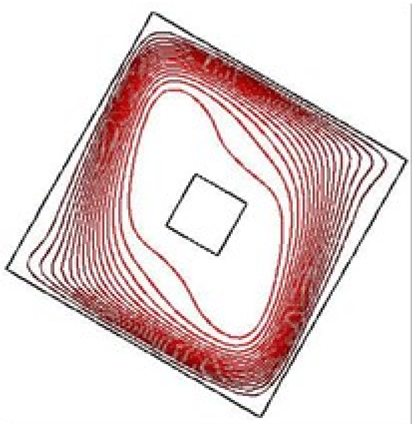
$\theta=15^{o}$



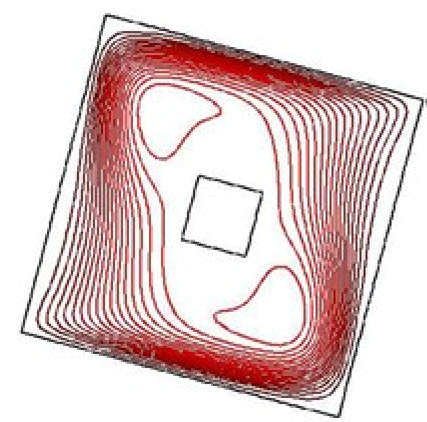
$\theta=30^{o}$



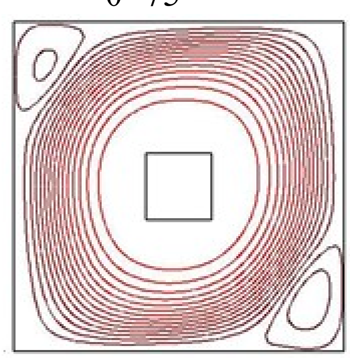
$\theta=45^{o}$



$\theta=60^{o}$



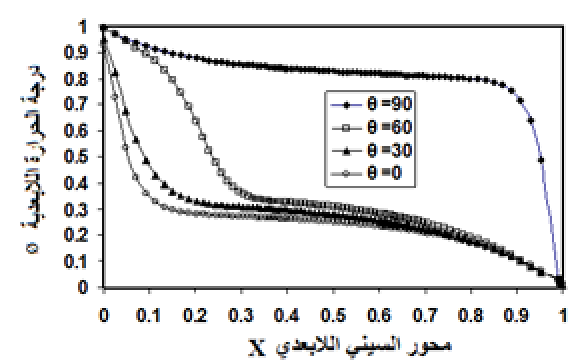
$\theta=75^{o}$



$\theta=90^{o}$

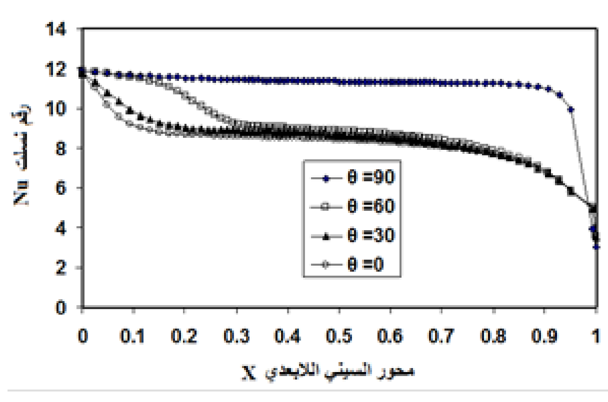
الشكل (8) تأثير زيادة زاوية الميلان θ من (0^{o} الى 90^{o}) على خطوط دالة الانسياب اللابعدية لمغلف مربع مع معترض مركزي مربع عند ($Gr= 3 \times 10^{5}$), (Pr=0.781)

لتوضيح توزيع درجات الحرارة مع المحور X تم رسم الشكل (9) حيث نلاحظ عند زيادة زاوية الميلان يزداد الفرق في درجات الحرارة اللابعدية.



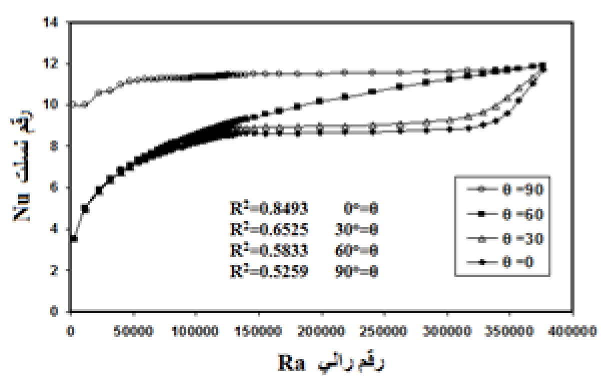
الشكل (9) توزيع درجات الحرارة اللابعدية مع المحور X اللابعدي للمغلف ولزوايا الميلان (o90, o60, 30o,o0) عند $Gr= 3 \times 10^5$, Pr=0.781.

اما الشكل (10) فيوضح توزيع رقم نسلت Nu مع المحور X اللابعدي للتجويف لزاوية الميلان θ من (0, 30 ,60 ,90 درجة) عند $Gr= 3 \times 10^5$, Pr=0.781 نلاحظ ازدياد عدد نسلت الكلي كلما ازداد الميل للمغلف وايضا بزيادة كبيرة نوعاً ما تحصل لقيمة عدد نسلت الكلي عند قيمة الزاوية تساوي (90 درجة) نتيجة لعملية انتقال الطاقة الكلي. مما تعكس اقصى قيمة لتدفق الحرارة الموضعي كما تم توضيحيه في الشكل.



الشكل (10) توزيع رقم نسلت Nu مع المحور X اللابعدي للمغلف لزاويا الميلان(o90, o60, 30o,o0) عند. Gr= 3 × 105,Pr=0.781

واخيرا فان الشكل (11) يرسم العلاقة البعدية بين رقم نسلت Nu ورقم رالى Ra للتجويف لزاوية الميلان θ من (0 (90 ,60 ,30, كما نلاحظ بزيادة ورقم رالى Ra يزداد رقم نسلت .Nu



الشكل (11) العلاقة اللابعدية بين رقم نسلت Nu ورقم رالي Ra لمغلف لزاويا الميلان 0^o, 30^o θ ,60^o, 90^o)

4- الاستنتاج (Conclusion)

•قدم البحث الحالي دراسة عددية لتأثير وجود معترض مربع مركزي داخل مغلف مربع بنسبة باعية (A=1)) وتم دراسة سبعة زوايا لميلان المغلف المربعة هي كالتالي (90^o,75^o, 60^o, 45^o, 30^o, 15^o, 0^o) على انحدار درجات الحرارة وخطوط دالة الانسيلب وعدد نسلت لانتقال الحرارة بالحمل الحر. واظهرت النتائج النظرية انه عند زيادة زاوية الميل تبدا حركة المائع الحار نتيجة زيادة تاثير قوى الطفو على الحركة داخل المغلف حيث تصبح اقوى بزيادة الزاوية وايضا نتيجة لوجود المعترض المربع داخل المغلف تزداد عملية تحريك المائع داخل المغلف وزيادة الانتشارية الحراري وبذلك تزداد الفروقات بدرجات الحرارة ففي الزاوية (0) عندما يكون التسخين من اسفل المغلف تتجزأ هذه الدوامة الكبيرة الى جزئين سفلي وعلوي من المعترض المركزي بفعل هذا المعترض مما يزيد من الانتشارية الحرارية وايضا فان عدد نسلت يزداد بنسبة (8.2 ٪) عند زيادة الزاوية من 0 الى 30 درجة ويزداد بنسبة (25 ٪) عند زيادة زاوية ميل المغلف من 30 الى 90 درجة

5- المصادر :

1. Ahmed, G. A., and M. M. Yovanovichl, 1992," Numerical Study of Natural Convection from Discrete Heat Sources in a Vertical Square Enclosure" University of Waterloo, Canada Vol.6, No.1, JAN.-MARCH, pp.121-126
2. Ayo, S. A., 2006, "Transient free convection generated by a heat vertical plate in a rectangular cavity", department of mechanical engineering, federal university of technology Minna Nigeria AU. J. I., Vol. 10, No.1, pp 55-62.
3. Azwadi, C. S. and N. I. Nik Izual, 2008, "Musicale Simulation of Natural Convection in an Inclined Square Cavity", Department of Thermo-fluid Faculty of Mechanical Engineering University of Technology Malaysia, pp.164-169
4. Bachelor G.K. 1954, "heat transfer by free convection in a closed cavity between vertical boundaries at deferent temperatures", Journal of applied mathematics, Vol.12, pp.200-214
5. De, G. and V. Davis, 1983, "Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution", International Journal for Numerical Methods in Fluids", Vol. 3, pp.249-264
6. Dias, T. J., and L. F. Milanez "Natural Convection in High Aspect Ratio Three-dimensional Enclosures with Uniform Heat Flux onto Heated Wall" Universidad Estadual de Campinas Faculdade de Engenharia Mecânica Departamento de Energia Campinas, Vol. 3 • No. 2 • December 2004 • pp. 96-99
7. Duluc, M. C., Xin S., and Le Quéré, P., 2003, "Transient natural convection and conjugate transients around a line heat source", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, pp.341-354
8. Eckert, E. R. G., and Carlson, W. D., 1986, "Natural Convection in an Air Layer Enclosed Between Two Vertical Plates with Different Temperatures", international Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 40, 143-153.
9. Hart, J.E., 1971, "Stability of the Flow in a Differentially Heated Inclined Box", Journal of Fluid Mechanics, Vol.47, No.3, pp.547- 576
10. Hsieh, S. S., and Yang, S. S. 1996, "Transient three-dimensional natural convection

16. Rasoul and Prinos, 1997, "Natural Convection in an Inclined Enclosure", I. J. of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow, Vol.7, No.5, pp. 438-478.
17. Refai, G., 1983, "Numerical Study of Natural Convection Heat Transfer in Vertical and Inclined Enclosed Fluid Layers", Master Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Alexandria, Alexandria, Egypt.pp.75-82.
18. Miomir Raos, 2001,"Numerical Investigation of Laminar Natural Convection in Inclined Square Enclosures", Faculty of Occupational Safety, University of Nis, Serbia, Yugoslavia Series: Physics, Chemistry and Technology Vol. 2, No 3, pp. 149 – 157.
19. Miomir Raos and L. Neˇsi, 2001, "Vector and scalar variables laminar natural convection in 2D geometry arbitrary angle of inclination", Presented at the IMC, Niˇs, Vol. 80, pp.345-353
20. Wilkes, J. O., and Churchill, S. O., 1966, "the finite deference computation of natural convection in rectangular enclosures", ASME journal, vol. 12, No.1, pp.161-163

in a rectangular enclosure", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 39, pp.13-26
11. Imberger, J., P.F. Hamblin, 1982, "Dynamics of Lakes, Reservoirs, and Cooling Ponds", Adv. Rev. Fluid Mech. Vol. 14, 153-187.
12. Ostrach, S., 1982, "Natural Convection Heat Transfer in Cavities and Cells", Proc.7th, Intern. Heat Transfer Conference, Vol. 1, pp. 365–379.
13. Ozoe, H., K. Yamamoto, H. Sayama and W.C. Stuart, 1974, "Natural Circulation in an Inclined rectangular Channel Heated on One Side an Cooled on the Opposing Side", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.17, No.10, pp.1209-1217
14. Rachid Skouta, A. Skouta and M. Daguenet, 2008, "Numerical Study of the Transition toward Chaos of Two-Dimensional Natural Convection within in an Inclined Square Cavities", Phys., Vol. 2, no. 1, 37 – 50
15. Raos, M., 1999, "Laminar Natural Convection in Enclosures", M.Sc. Thesis, University of Nish, Faculty of Mechanical Engineering, Nis, pp.152-163

قائمة الرموز (Nomenclature)

A	النسبة الباعية H/W
f	معامل معتمد للمعادلة 12
g	التعجيل الأرضي (ms^{-2})
Gr_H	رقم كراشوف ($Gr_H=g\beta H_3(T_h-T_c)/v$)
H	الطول الجانبي للمغلف (m)
k	التوصيل الحراري للمائع ($Wm^{-1}K^{-1}$)
l,q,r,s	معاملات بالشكل العام للمعادلة 13
M	احداثي مماس للجدار المفروض
N	احداثي عمودي للجدار المفروض
Nu	عدد نسلت
p	الضغط (Nm^{-2})
P	الضغط اللابعدي
Pr	رقم براندتل

الرموز الاغريقية (Greek Symbol)

α	الانتشارية الحرارية ($m2s^{-1}$)
β	معامل التمدد الحجمي (K^{-1})
υ	اللزوجة الكينماتية للمائع (m^2s^{-1})
Ø	درجة الحرارة اللابعدية ($(T_h-T_c)/(T-T_c)$)
θ	زاوية ميلان المغلف عن الافق, درجة
ρ	كثافة المائع (kgm^{-3})
ω	الدوامية
Ω	الدوامية اللابعدية ($H^2\omega/v$)
ψ	دالة الانسياب
Ψ	دالة الانسياب اللابعدية (v/ψ)

الرموز السفلية Subscript

c	الجدار البارد
h	الجدار الساخن
Ra	رقم رالي
T	درجة الحرارة(K)
U,V	مركبات السرعة اللابعدية على المحورين (x) و(y)
u,v	مركبات السرعة على المحورين (x) و (y) (ms^{-1})
W	عرض المغلف
X, Y	الإحداثيات الكارتيزية اللابعدية
x, y	الإحداثيات الكارتيزية

Numerical Study of Angle of Inclination Effect on Natural Convection Heat Transfer in Tilted Square Enclosure with Concentrated Square Obstruction

Dr. Kadhum Audaa Jehhef
Department of Equipment and Machine
Institute of Technology
Middle Technical University
Email: kadhum.audaa@yahoo.com

Abstract:

The current study is conducted to analyze two dimensional incompressible natural convection heat transfer in tilted enclosure of aspect ratio of (A=1) with and without concentrated square obstruction. The cavity horizontal bottom wall is maintained at a hot uniform temperature at (350 K) higher than the top wall at (300 K) while the vertical walls were insulated and the cavity inclination varied with the angles of (0^o, 15^o , 30^o, 45^o, 60^o, 75^o, 90^o) with horizontal. The governing equations were write in stream-vorticity formulation, then changed from the differential form to the algebraic form by using finite difference method and then solved by Crank-Nicolson method, also body fitted coordinate system was used to change the equation from the Cartesian coordinates to the general coordinates. The validity of the numerical results used is ascertained by comparing with previously published results. The central obstruction enclosure and the angle of inclination effect on the flow structure and heat transfer characteristics are investigated in detail while the Prandtl number is considered equal to (Pr = 0.781) and Rayleigh number ($3.5\times105 \leq Ra \leq 104\times5$). The results showed that the average Nusselt number increases with an increase in both angle of inclination and Rayleigh number. Maximum heat transfer occurs when cavity at the angle 90o where the maximum gradient of the sliding the natural convection whirlpools. Finally, the Nu is increased by (8.2%) at angle of (0^o, 15^o, 30^o) and with present of (25%) at angle of (30^o to 90^o)..

Key Word: Water treatment plant, Al-kut, Weighted Arithmetic, Turbidity